SOMMAIRE

Intro duc tion

Les livrets de maths ULIS collège sont nés de ma collaboration avec Thomas Iyer, professeur de mathématiques. Il s'agit donc d'un travail autour des besoins des élèves de l'Unité Localisée pour l'Inclusion Scolaire (ULIS) dans cette discipline et dans le but de favoriser le parcours scolaire des élèves de l'ULIS au collège, au sein du dispositif lors des temps de regroupement.

L'ULIS : des temps de regroupement pour consolider la participation en classe de référence et/ou pour favoriser une continuité pédagogique

Le coordonnateur ou la coordonnatrice de l'ULIS (Unité Localisée pour l'Inclusion Scolaire) est à la fois un enseignant et un médiateur entre les professeurs, les soignants et la famille de l'élève en situation de handicap. Il assure le suivi des enseignements que l'élève reçoit au sein de sa classe de référence. Il doit aussi proposer des contenus adaptés aux élèves du dispositif pour leur permettre de bénéficier de ces temps de scolarisation et pour éviter toute rupture pédagogique. Il doit prendre en charge la reprise des cours, notamment de mathématiques, pour permettre aux élèves de s'inscrire dans un parcours de formation et de vie.
C'est ce que j'ai pu constater rapidement, lorsqu'en 2013, devenue enseignante spécialisée, j'ai coordonné une ULIS TFC, après des années d'enseignement en Français au collège et au lycée avec de multiples Élèves à Besoins Éducatifs Particuliers inclus dans mes classes.
Le coordonnateur doit donc faire face aux difficultés complexes que rencontrent ses élèves d'ULIS dans toutes les disciplines, tant au niveau de la compréhension, de la mémorisation, de la transposition des savoirs et stratégies que de la restitution des savoirs. En tenant compte des besoins spécifiques de chacun, il propose une progression et des stratégies de résolution des problèmes qui doivent être explorées jusqu'à ce que l'élève puisse s'en approprier les rouages. Dans cette optique, le coordonnateur, en tant qu'enseignant spécialisé, s'interroge sans cesse sur les causes possibles des problèmes rencontrés, le fonctionnement intellectuel, le bien-être de l'élève à l'école, la nature des savoirs enseignés. Son rôle est de formuler des hypothèses qu'il va tester au fil de sa progression, qu'il va corriger et nuancer. Cela requiert donc de bien connaître les programmes dans l'ensemble des disciplines mais aussi de s'interroger sur la manière de transmettre chaque discipline entre didactique et pédagogie.

Dans ces conditions, les activités de mathématiques en ULIS sont destinées à tous les types d'ULIS collège orientées vers l'inclusion et/ou l'accessibilité universelle, en fonction des pratiques propres à l'établissement scolaire et en fonction du travail de coopération mené entre le coordonnateur et les enseignants de la classe de référence.

Ces activités peuvent être menées au moment du regroupement ULIS, en groupe avec tous les élèves de l'ULIS, ou en préparation de certains élèves aux temps en classe de référence. Ces activités proposent des temps de travail en collectif mais aussi des temps individualisés de réflexion.

Dans ce livret, le coordonnateur de l'ULIS, qu'il soit formé ou pas aux mathématiques, trouvera des repères sur le programme de collège pour favoriser l'inclusion. Il pourra ainsi ne pas cantonner les élèves de l'ULIS à la redite du programme des cycles 1 et 2 durant les 4 années de collège. Il pourra aussi suivre des modèles d'activités qui proposeront des définitions et des stratégies mathématiques en lien avec les attendus du collège pour favoriser le passage des élèves de l'ULIS au lycée professionnel, ce qui est un objectif pour la majorité d'entre eux.

En effet, les contenus du livret proposent une méthode, qui facilite l'accès aux savoirs mathématiques, dans le respect des difficultés des élèves de l'ULIS. De nombreuses exigences mathématiques sont présentées de manière à alléger l'effort de lecture, l'effort de la mémoire de travail ou l'effort de rédaction des résultats mais avec le souci de ne pas priver l'élève d'une exploration de la stratégie ou du raisonnement mathématiques.

L'idée est de proposer des étayages de différentes natures :

- des astuces de calcul qui mettent en avant les étapes d'un raisonnement identique qui se répète et qui sera plus facile à mémoriser ;

• des éléments de réflexion qui font appel à l'imagination, à l'affectif ou au vécu pour ancrer la réflexion et amener l'élève à s'engager personnellement dans un raisonnement qui lui semble moins scolaire et plus fondé sur l'exploration du sens et le recours au langage « des mots » et moins au langage « des chiffres » ;

• une progression des activités à mener en groupe ou en individuel, où chaque élève pourra travailler selon son niveau de départ avec le groupe de ses camarades pour néanmoins développer sa compréhension personnelle des contenus.

L'idée est de montrer que l'enseignement des mathématiques concerne tous les élèves, et, au premier chef, les élèves de l'ULIS, pour qui il peut être une véritable source d'accomplissement.

Les difficultés des élèves de l'ULIS en mathématiques

Certes, les mathématiques exigent des capacités qui peuvent être entravées chez certains élèves de l'ULIS. Les altérations d'une mémoire fluctuante, le manque de repères visuels ou spatiaux, les empêchements à pratiquer une numération ordonnée rendent de prime abord l'accès aux mathématiques impossible : comment faire avec des élèves qui ne savent pas compter, ni évaluer une quantité, ni sélectionner les données pertinentes d'un problème, et les garder en mémoire pour les traiter, en faisant appel à une stratégie vue en classe ?

La perte de la motivation due au sentiment d'incompréhension des bases des mathématiques amènent souvent les élèves de l'ULIS à se sentir disqualifiés dans cette discipline en particulier, surtout s'il est difficile d'obtenir des « inclusions » en mathématiques dans un établissement scolaire donné. L'aide d'un professeur de mathématiques qui vient donner des heures de cours en ULIS est souvent un levier puissant pour favoriser l'inclusion des élèves progressivement dans l'établissement.
C'est ce que pratique Thomas Iyer dans son collège depuis plusieurs années, et c'est sur cette expérience que se fonde le travail que nous présentons ensemble.
Le langage mathématique représente aussi un défi de taille pour tous les élèves dont les facultés langagières sont affectées : « produit, polygone, propriété etc. ». En outre, certains mots sont employés différemment dans plusieurs disciplines : « la graduation et la gradation, la fonction f(x) et la fonction COD, l'inconnue, les termes et les thermes, le produit (chimie), l'effraction et les fractions etc. ».

En mathématiques, le langage doit être utilisé pour décrire le plus précisément possible une réalité, et il tend vers l'approche de la vérité à travers la construction de modélisations.
Or, les élèves sont souvent troublés par des mots qu'ils retrouvent dans divers cours avec des sens différents.

Enfin, acquérir une méthode pour résoudre les problèmes mathématiques demande de mettre en place des savoirs métacognitifs : savoir prendre en compte des données et en rejeter d'autres, les classer, les mettre en forme ou les modéliser, segmenter une résolution en étapes successives sans rien oublier ou modifier, évaluer la validité d'un résultat grâce à une vérification, exprimer un résultat avec la bonne unité au risque de se tromper dans les conversions d'un système vers un autre. Ces démarches peuvent être rendues difficiles pour nombre d'élèves d'ULIS qui peinent à faire jouer les mécanismes de l'analogie, de la régulation ou de l'inhibition. En outre, l'application de certaines règles mathématiques requiert que, dans certaines situations, on applique de manière automatique certaines stratégies : la mise en place de tels mécanismes est très difficile à acquérir pour nombre d'élèves d'ULIS.

Des chapitres adaptés pour les élèves de l'ULIS

Dans ces livrets, le professeur trouvera des chapitres adaptés, dédiés à une notion du programme de mathématiques de collège.

Voici quelques principes à l'origine de leur rédaction.

Tout d'abord, les notions ont été travaillées pour être exprimées en un nombre restreints d'objectifs et pour ne pas nécessiter trop de prérequis.

Pour une même leçon, il est proposé différentes traces écrites afin que l'enseignant puisse choisir celle qui correspond le mieux au niveau de compréhension de ses élèves. Par exemple, on choisira ou non de parler de « polygone », de « propriété » ou on ajoutera des mots plus simples comme « figure » ou « vérité ». Le nombre d'étoiles renseigne sur la quantité de prérequis exigés.

Les différents contenus sont illustrés de croquis ou de cartes mentales qui explicitent les contenus à étudier et à mémoriser : ces éléments peuvent servir de fiches de révision. Des pictogrammes sont également présents pour préciser les outils à utiliser.

Pour les activités, qu'elles soient à réaliser en collectif ou en individuel, un guidage est fourni à l'enseignant avec les questions à poser. Les questions sont formulées de la manière la plus simple possible, tout en veillant à garder les mots essentiels et nécessaires à la poursuite d'étude des élèves. Nous avons apporté un soin tout particulier à la formulation des consignes pour alléger l'effort de compréhension de celles-ci. L'enseignant peut donner ces questions à l'écrit aux élèves ou les scénariser lorsqu'il échange avec sa classe.

Certaines activités sont accompagnées d'un texte-énoncé plus long, parfois sous forme de récit, pour permettre aux élèves d'avoir un long temps d'observation des données du problème. Cette manière de présenter le contenu permet de relier les savoirs mathématiques au vécu et aux émotions des élèves. La lecture du problème doit être menée par l'enseignant et faire l'objet d'une exploration guidée : cela permet de répéter plusieurs fois les données du problème sans qu'il n'y ait de lassitude ou de découragement.

En effet, lorsque l'élève doit répéter plusieurs fois les données parce qu'il ne les maîtrise pas, cela le décourage. Lorsque l'élève, ses camarades et ses enseignants détaillent ensemble l'histoire qui permet de mémoriser les données, il n'y a pas cette impression d'empêchement. Par exemple, on va évoquer un voyage sur une île pour aborder la notion d'altitude, des duels sans pitié pour les calculs avec des nombres relatifs, un héritage pour le théorème de Pythagore, etc.

Ces consignes diffèrent un peu des formulations traditionnelles des problèmes mathématiques en ce sens qu'elles ont aussi pour but de faire découvrir certaines notions de la vie et de susciter l'imaginaire. Pour les exemples cités plus haut, on pourra débattre sur la cohabitation de différentes ressources naturelles, les alliances stratégiques qui amènent la victoire lors d'un combat, l'équité, l'égalité de traitement des filles et des garçons lors d'un héritage etc. Ces éléments d'accroche permettent souvent à l'élève de mieux ancrer les données et de mieux comprendre en quoi ces savoirs mathématiques sont utiles. En effet, ils sont rattachés à des problèmes ou des notions qui font s'interroger tous les Hommes dans la vie, non pas quotidienne ou courante, mais au sens noble du terme : sur les composantes de l'Humanité.

En effet, on trouve souvent en ULIS des élèves avec des profils variés et complémentaires, que ce genre d'activités permet de faire travailler ensemble car ils sont souvent très prolixes sur les problèmes existentiels et sur les notions d'injustice, de privilèges, d'équité, voire d'inclusion :

- des élèves ont besoin de partir d'exemples, ou de cas concrets qu'ils maîtrisent plus facilement, plutôt que de généralités et de règles à appliquer automatiquement ;
- des élèves ont des sujets d'intérêt bien identifiés (voire restreints), un grand sens de l'injustice et du débat, mais ils ne s'investissent pas dans le travail scolaire avec des stratégies d'évitement bien ancrées ;
- des élèves sont perdus dans une grande discontinuité du fait des entraves de leur attention, ils ont besoin de multiples répétitions pour s'imprégner des situations et ont besoin de grands temps de latence avant de pouvoir formuler leur réponse (souvent ils ne parlent jamais car un autre élève a déjà donné la réponse).

Les différentes activités proposées pensent répondre aux besoins contrastés de ces élèves de l'ULIS, en fournissant une formulation simple des leçons à retenir, une segmentation des activités en étapes étayées et illustrées, en proposant une séquence de travail d'une notion du programme de collège qui fait alterner travail en individuel et en collectif.

Enfin, les exercices permettront à l'enseignant de faire sa sélection en fonction du niveau de chaque élève : certains exercices sont conçus pour être menés avec le groupe de l'ULIS multi-niveaux et d'autres ont pour but de consolider les notions étudiées avec le professeur de mathématiques lorsque l'élève étudie les mathématiques avec sa classe de référence.

Christelle Valette

Coordonnatrice ULIS – spécialisée CAPPEI
Formatrice diplômée du Master 2 PIF-MS

LES TRIANGLES

Introduction

Ce chapitre approche quatre notions :

– triangles (6e)
– triangles isocèles (6e ou 5e)
– triangles rectangles (6e ou 5e)
– somme des angles d'un triangle (5e)

En classe de 6e et de 5e, l'étude des triangles vise à développer le champ des définitions, des propriétés et la domestication des instruments de géométrie. Cette étude, conjuguée à celle des quadrilatères, s'inscrit dans un ensemble vaste, où les élèves doivent être capables de reconnaître, nommer, décrire, reproduire et construire des figures simples. Nous avons choisi d'intégrer la propriété de la somme des angles d'un triangle à la fin de ce chapitre.

On peut faire découvrir cette famille comme un morceau d'une famille plus nombreuse, celle des polygones. On poursuit en montrant les différences et les points communs entre certains triangles. On peut alors énoncer les définitions et expliquer le registre associé. Dans le champ des applications, on peut commencer par donner des exercices de géométrie qui n'exigent pas d'utiliser les instruments de géométrie. Enfin, la propriété de la somme des angles d'un triangle permet de découvrir qu'on peut intégrer le calcul dans l'étude des figures géométriques.

Anticiper

Avant d'aborder ce chapitre, on réactivera certaines connaissances autour des premières figures géométriques (points, droites, segments etc.), a minima sous la forme de dessins à main levée. On confrontera les élèves à des exercices autour de l'orientation des figures, par exemple pour tester si un élève distingue les adjectifs « perpendiculaire » et « verticale ». En fonction des réussites, on peut réviser les manipulations élémentaires des instruments de géométrie (crayon, règle, règle graduée, compas et équerre). La notion d'angle (angle droit/aigu/obtus/plat, comparaison et mesure) doit être connue ; à cette occasion, on peut aussi revoir comment nommer un angle, mais il n'est pas nécessaire de savoir utiliser un rapporteur. Enfin, on peut réactiver rapidement l'addition des nombres entiers, la soustraction et le tâtonnement.

Adapter des objectifs de travail

Le premier objectif est de découvrir les familles de triangles.
Dans un premier temps, on peut s'intéresser au contenant : la grande famille des polygones. Son étude (brève) vise à révéler les attributs des triangles au sens large. Les activités suivantes doivent permettre de définir les deux grandes familles de triangles. On peut s'appuyer sur l'étymologie de certains mots. Par exemple, celle de l'adjectif « isocèle » (« jambes égales ») permet d'illustrer et de reformuler la définition dans un cadre familier et donc rassurant. Du point de vue de certains élèves, lorsqu'on tourne une figure géométrique, on bouleverse la nature et les caractères de cette figure. « Si je soulève Amadou par les pieds, Amadou a la tête en bas, mais Amadou reste-t-il Amadou ? » Oui. « Si je tourne un triangle isocèle, ce triangle reste-t-il isocèle ? » Oui aussi. La nature d'une figure géométrique est invariable par réflexion ou par rotation (exercice 2 p.22). Les activités/exercices proposés doivent permettre d'éviter que les élèves s'habituent à une représentation unique. Mais dans un premier temps, le professeur peut inviter un élève à tourner son support pour lui permettre de retrouver une orientation « ordinaire » ; on peut aussi utiliser un logiciel de géométrie dynamique.
Dès la première rencontre avec le groupe nominal « triangle rectangle », on précisera que le mot « rectangle » ne désigne pas ici une figure géométrique : l'objet d'étude est un triangle. À l'oral et à l'écrit, on entraînera régulièrement les élèves autour de la dénomination des triangles (« rectangle/ isocèle en A »). Dans le cadre d'un approfondissement, on pourra faire découvrir la propriété des angles égaux d'un triangle isocèle.
Au milieu du cycle 3, les élèves ont souvent une représentation de familles cloisonnées : dans une boîte se trouvent les triangles isocèles, dans une autre boîte se trouvent les triangles équilatéraux, et dans une dernière boîte, on trouve les triangles rectangles. Dès la classe de 6e, les élèves doivent comprendre l'existence d'intersections entre certaines familles de triangles. Parmi les pistes pédagogiques envisageables, on peut commencer par qualifier un triangle équilatéral de triangle « super isocèle » ; ce vocabulaire favorise la représentation d'une figure géométrique particulière à l'intérieur d'une famille ordinaire. « Est-ce un triangle équilatéral ? » Oui. « Est-ce un triangle isocèle ? » Oui aussi.

« Est-ce un triangle ? » Toujours oui. L'exploration de contre-exemples contribue à la compréhension des définitions. Nous proposons une carte mentale pour résumer les intersections complexes de ces familles de triangles (trace écrite p.13).

Développer des capacités à partir des points d'appui observés dans le travail des élèves

Dans cadre de la réalisation de figures, les élèves doivent lire, comprendre et traduire les informations contenues dans l'énoncé, puis ils doivent utiliser les instruments de géométrie.
On veillera à retarder les difficultés mécaniques inhérentes aux instruments, afin de mettre en activité un maximum d'élèves, dès le début des apprentissages. Parmi les outils pédagogiques, on peut s'appuyer sur l'utilisation ou sur la réalisation de dessins à main levée ; plus accessibles, ils invitent aussi à aller plus loin dans l'étude des triangles. On peut exploiter la forme d'une équerre pour permettre de mémoriser l'image mentale d'un triangle rectangle et pour guider la réalisation du dessin : le but est de savoir démarrer. Un élève capable de dépasser le cadre du dessin doit apprendre à copier/coller son brouillon pour construire la figure avec ses instruments. À cette occasion, le professeur peut prévoir des instruments adaptés. Les élèves doivent comprendre pourquoi ils doivent donner une unité de longueur. « Je vous en donne 3 ! » : Est-ce qu'on parle de 3 chocolats ou de 3 pages d'exercices ? Le choix des longueurs en jeu (entiers ou décimaux) est un élément de différenciation.
Dans le cadre d'un approfondissement, on pourra distribuer des supports différents, par exemple des feuilles blanches ordinaires, ou des feuilles blanches « patatoïdes » qui vont neutraliser le guidage spatial (bord vertical et bord horizontal d'une page ordinaire), en particulier pour la construction de triangles rectangles.

Développer des compétences mathématiques

La propriété de la somme des angles d'un triangle permet d'aborder les premiers calculs en géométrie.
L'exploration du calcul en géométrie constitue une nouveauté pour les élèves et ouvre le premier pas vers d'autres notions intégrant également le calcul, par exemple le théorème de Pythagore. On peut éclairer le sens obscur du terme « propriété » en utilisant d'abord son synonyme « vérité ». En fonction des capacités de l'élève en termes de mémorisation, on peut enrichir le vocabulaire avec les termes « conjecture » (« rumeur ») et « démonstration » (« preuve »). Le professeur doit expliquer qu'une observation réalisée à l'issue d'une expérience ne constitue pas la preuve d'une propriété.
Il doit aussi faire émerger le caractère universel de la propriété : elle concerne n'importe quel triangle. On valorisera les justifications orales lorsqu'un exprime un raisonnement correct dans un langage approximatif, mais on prendra soin de corriger certaines formulations, par exemple : « Les angles ne mesurent pas 180°, c'est la somme des angles qui mesure 180°. ». Le choix des nombres entiers en jeu est un élément de différenciation, selon qu'il aiguille vers un calcul de tête (par exemple en tâtonnant) ou bien vers un calcul posé. Dans le cadre d'un approfondissement, on pourra détailler l'articulation d'une réponse à l'aide des connecteurs logiques. On pourra aussi proposer des exercices qui utilisent la propriété des angles égaux d'un triangle isocèle.

Le travail mené en géométrie permet de développer les fondements de la culture mathématique : rigueur, habileté et argumentation. Dans ce chapitre, nous avons choisi d'ignorer l'inégalité triangulaire. Cette propriété complète l'étude de la construction des triangles, initiée en classe de 6e. En fonction des connaissances de l'élève autour des angles et de ses capacités en termes de manipulation du rapporteur, on peut aussi étudier les triangles avec des mesures d'angle données, en particulier les triangles isocèles. Le professeur peut prévoir un rapporteur adapté, qu'il peut fabriquer à partir d'un calque. Ce rapporteur peut prendre la forme d'un éventail épuré, partagé en angles de 10° et sans indication de valeurs. Mais on peut limiter les apprentissages à la réalisation de dessins à main levée codés.

À la fin du cycle 4, on peut poursuivre l'étude vers les triangles semblables, en fonction des connaissances et des progrès de l'élève.

Nous vous proposons tout d'abord des options de traces écrites à choisir en fonction de la composition du regroupement des élèves présents dans le dispositif ULIS.
Puis, vous trouverez des activités adaptées pour étudier le cours de mathématiques en ULIS,

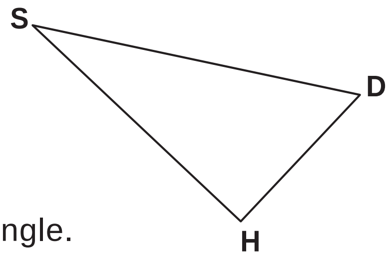
- **soit sur un mode concret en lien avec le réel,**
- **soit sur un mode conté qui suit une histoire pour faire comprendre pas à pas le raisonnement ou la démarche,**
- **soit sur un mode ludique qui propose des stratégies pour faire comprendre le raisonnement ou la démarche.**

Enfin, nous vous proposons quelques exercices d'application, accessibles aux élèves en regroupement, et des exercices d'entraînement pour les élèves inclus.

Trace écrite ★

Un **triangle** est une figure avec 3 côtés.

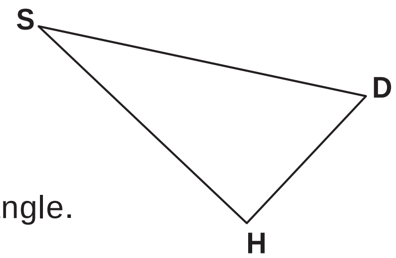
- DSH est un **nom** de ce triangle.
- Les points S, D et H sont appelés **sommets** du triangle.
- Les segments [SH], [DS] et [HD] sont appelés **côtés** du triangle.



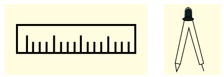
Trace écrite ★ ★

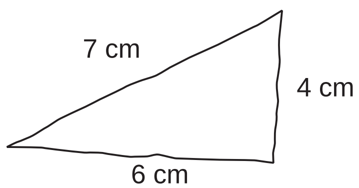
Un **triangle** est un polygone avec 3 côtés.

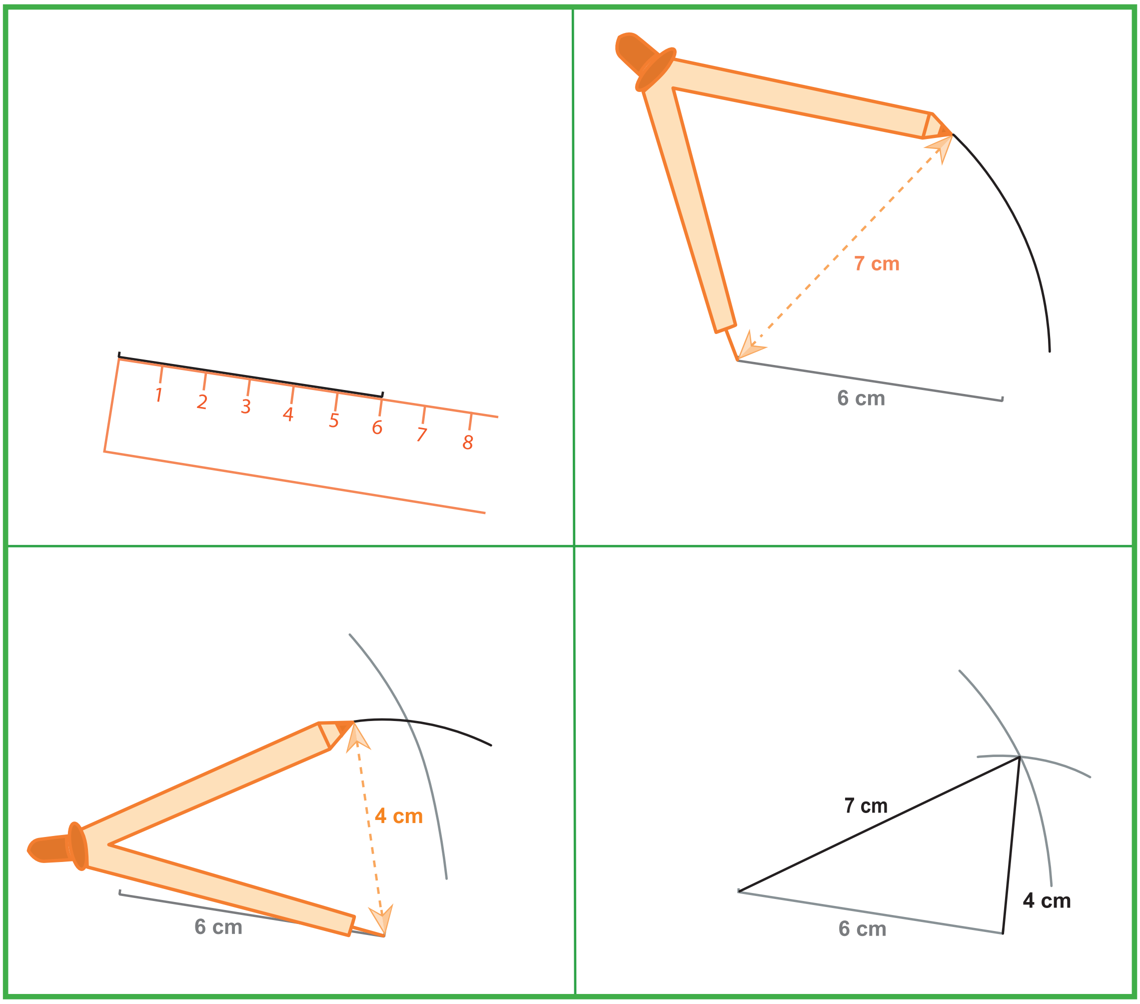
- DSH est un **nom** de ce triangle.
- Les points S, D et H sont appelés **sommets** du triangle.
- Les segments [SH], [DS] et [HD] sont appelés **côtés** du triangle.



Construis ce triangle en vraie grandeur
en utilisant la règle graduée et le compas.







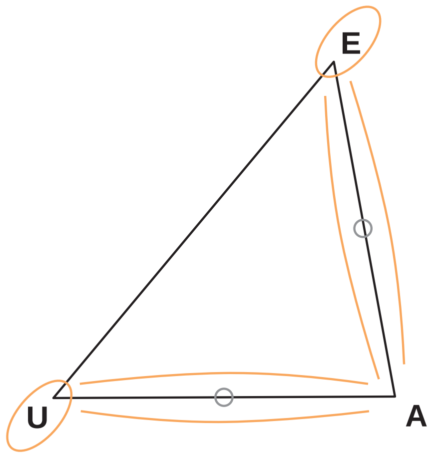
triangles isocèles

Trace écrite ★

VOCABULAIRE	du grec *iso* (égal)
*étymologie de **isocèle***	du grec *skêlos* (jambes)

Définition : Un **triangle isocèle** est un triangle avec 2 côtés égaux.

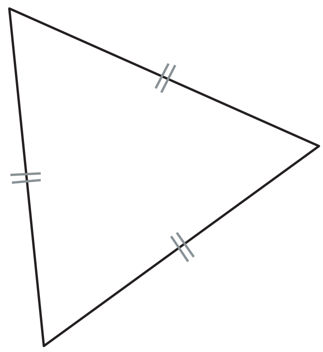
☛ *Remarque :* On rencontre parfois des triangles isocèles très particuliers : ils n'ont pas seulement 2 côtés égaux, mais 3 côtés égaux !



Rappel : Sur cette figure, les symboles indiquent que les côtés sont égaux.

☛ *Remarque :* **UEA** est un triangle isocèle en **A**.
Dans cette phrase, isocèle en **A** signifie que
les 2 jambes du triangle sont issues du point **A**.
Les 2 autres points (**E** et **U**) représentent
les pieds du triangle.

Définition :
Un **triangle équilatéral** est un triangle super isocèle :
tous ses côtés sont égaux.



triangles rectangles

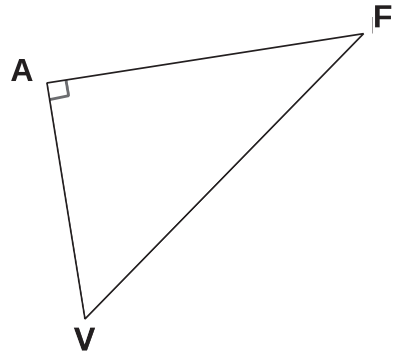
Trace écrite ★

Définition : Un **triangle rectangle** est un triangle avec un angle droit.

☛ *Remarque :* Dans cette définition, le mot rectangle
ne désigne pas une figure géométrique.
Le mot rectangle est un adjectif.
Cet adjectif qualifie un triangle.

Rappel : Sur cette figure, le petit carré indique que
l'angle est un angle droit.

☛ *Remarque :* **FAV** est un triangle rectangle en **A**.
Dans cette phrase, rectangle en **A** signifie que
l'angle droit se situe au point **A**.



PROPORTIONNALITÉ

Ce chapitre approche six notions :
– grandeurs (6^e ou 5^e)
– grandeurs proportionnelles (6^e ou 5^e)
– passage à l'unité (6^e ou 5^e)
– coefficient de proportionnalité (6^e ou 5^e)
– pourcentages (6^e ou 5^e)
– représentation graphique (4^e ou 3^e)

La proportionnalité est une notion centrale, autour de laquelle peuvent être organisés de nombreux apprentissages mathématiques. Reliée aux autres disciplines, la maîtrise de cette notion est essentielle pour un usage dans la vie courante et dans certains métiers. Son apprentissage s'inscrit dans la durée.

Étudier une situation de proportionnalité, c'est observer l'évolution d'une même situation à des échelles différentes. En classe de 6^e ou de 5^e, afin d'introduire lentement la notion, on peut d'abord définir une grandeur, à partir de mots et de photos. On montre ensuite, autour de situations concrètes, qu'on peut rencontrer deux grandeurs dans une même situation, et que parfois, ces deux grandeurs sont « proportionnelles ». On poursuit avec les premières applications (la linéarité) puis avec les problèmes impliquant un coefficient de proportionnalité. Une fois le sens bien installé, on peut alors orienter les apprentissages vers les notions connexes (pourcentages et représentation graphique).

Anticiper

Avant d'aborder ce chapitre, on réactivera les connaissances autour des quatre opérations (sens et technique avec des nombres entiers et/ou décimaux, tables etc.). À cette occasion, on montrera à chaque élève comment utiliser sa calculatrice. On s'appliquera à revoir, compléter et distinguer le vocabulaire des structures additives (« deux de plus », « quatre de moins » etc.) et des structures multiplicatives (« deux fois plus », « trois fois moins », « moitié », « double », « triple » etc.). Pour rassurer et guider un élève face à un problème, on peut montrer comment démarrer la résolution à l'aide d'un brouillon. Pour les pourcentages, on peut revoir certaines connaissances autour des fractions. Enfin, pour la représentation graphique, on peut réactiver le vocabulaire associé au repérage sur un plan, initié en classe de 5^e.

Adapter des objectifs de travail

Le premier palier a pour objectif de définir une grandeur en attribuant cette nouvelle étiquette à des mots déjà connus (âge, taille, prix, température etc.).
À ce stade, l'idée est surtout de revoir et d'enrichir le champ lexical autour d'exemples numériques variés et illustrés. La découverte de contre-exemples complète l'examen des acteurs. On veillera à rester dans un cadre familier afin d'inviter les élèves à aller plus loin dans l'étude des grandeurs. Les élèves doivent comprendre pourquoi ils doivent donner une unité de mesure. Le professeur peut noter « 50 » au tableau, affirmer qu'il a trouvé cette somme dans la rue, et observer les réactions est-ce qu'on parle de 50 euros ou de 50 centimes ?
Dans le cadre d'un approfondissement de ce travail préparatoire, on pourra échanger autour de grandeurs moins familières (par exemple la magnitude d'un séisme) ou bien autour d'exemples numériques plus rares (par exemple un prix en dollar, un âge en mois, une température négative etc.).

Développer des capacités à partir des points d'appui observés dans le travail des élèves

On montre ensuite, à partir de photos, qu'on peut rencontrer deux grandeurs dans une même situation.
On conduit progressivement les élèves à imaginer d'autres exemples de grandeurs « connectées ». Puis on explique que deux grandeurs connectées ont parfois un lien « spécial » ; son étude se situe au cœur de notre chapitre. À partir d'illustrations, on peut aider certains élèves à assimiler les structures « deux fois plus » et « deux fois moins ». On valorisera l'expression orale lorsqu'un élève exprime un raisonnement correct dans un langage approximatif. On prendra soin, assez tôt dans les apprentissages, de déconstruire l'idée que deux grandeurs croissantes caractérisent des grandeurs proportionnelles. L'exploration de contre-exemples (par exemple l'âge et la taille) contribue à la compréhension de la notion.

Développer des compétences mathématiques

Puis, on enrichit le champ des problèmes multiplicatifs avec le passage à l'unité.

L'idée est de calculer puis de propager la valeur de l'unité pour résoudre le problème : on doit appliquer la linéarité en deux temps.

Les premiers exercices doivent impliquer des grandeurs familières et des quantités immédiatement perceptibles (exercice 2 p. 46). Pour aborder l'exercice, le professeur peut inviter un élève à représenter la situation de départ au brouillon. Un stylo peut prendre la forme d'un trait ; un ballon peut prendre la forme d'un « rond ». Plus loin, pendant les temps de recherche, on peut expliquer qu'on peut choisir une forme générique, « patatoïde », pour représenter « n'importe quel objet ». Pour certains problèmes, on peut aussi utiliser la ligne du temps. Dans tous les cas, on rappellera que le but n'est pas de dessiner une œuvre d'art, mais de traduire et résumer rapidement des informations sous la forme d'un schéma exploitable, afin de répondre à une question. La réalisation d'un brouillon doit faire l'objet d'un entraînement régulier ; le professeur doit faire le lien entre les exercices similaires, en fonction de la nature de l'unité (1 stylo, 1 mètre de tissu, 1 kg de pommes etc.). En passant dans les rangs, on peut aussi donner l'étape permettant de trouver le résultat intermédiaire (la valeur de l'unité).

En fonction des grandeurs en jeu, le coefficient de proportionnalité demeure parfois un objet obscur.

Parmi les pistes pédagogiques envisageables, on peut commencer par qualifier le coefficient de proportionnalité de « rapport de force » invariable entre deux grandeurs. On peut éclairer l'identité du coefficient de proportionnalité en précisant, à l'oral ou à l'écrit, son unité de mesure (exercice 1 p. 47). On peut montrer comment l'obtenir en tâtonnant à l'aide de la calculatrice (exercice 4 p. 48). Les procédures utilisant le coefficient de proportionnalité doivent s'appuyer sur le sens premier de la notion (la linéarité). Dans le champ des applications, on peut proposer des exercices simples autour de la notion d'échelle (exercice 5 p. 48). Le choix des acteurs en jeu (entiers ou décimaux), le choix des quotients entre les nombres (entier ou décimal) ou le nombre de couples proposés est un élément de différenciation.

Le travail autour des pourcentages occupe une place privilégiée dans le champ des applications de la notion de proportionnalité.

On peut activer les apprentissages en reliant les proportions usuelles et perceptibles (moitié et quart) aux pourcentages.

L'écriture « 20 % », souvent réduite à « 20 » dans l'esprit des élèves, désigne une proportion, parfois insaisissable. Dans un premier temps, on peut partir d'illustrations et d'un lexique moins abstrait, en utilisant les termes « 20 centièmes » ou « 20 pour 100 ». Puis, une fois le sens bien installé autour des différentes situations proposées, on intègre des difficultés progressives en termes de vocabulaire et de calcul. Les élèves doivent savoir appliquer un pourcentage (exercice 4 p. 49) et savoir calculer un pourcentage (exercice 3 p. 49). On peut intégrer les nombres décimaux à l'aide des ordres de grandeur, dans quelques exercices (exercice 5 p. 49).

Enfin, les élèves découvrent l'interprétation graphique d'une situation de proportionnalité.

Cette propriété s'adresse aux élèves de 4e et de 3e, dans le cadre de la préparation au CFG. Interne aux disciplines scientifiques et technologiques, elle apporte un éclairage nouveau dans le domaine de la proportionnalité et mobilise des capacités multiples. Les élèves doivent savoir reconnaître et utiliser une situation de proportionnalité à partir d'un graphique. Les exercices proposés permettent aux élèves de s'entraîner autour des lectures graphiques afin de préparer l'étude des fonctions, en classe de 3e.

Face à un problème de proportionnalité, les élèves doivent savoir utiliser et comparer des procédures variées, en dégageant les avantages et les inconvénients. On pensera à inviter un élève qui rencontre des difficultés en calcul à utiliser les tables ou sa calculatrice : le but est de soutenir la technique afin de concentrer les apprentissages autour du sens de la notion. L'efficacité d'une procédure et l'étayage associé pourront évoluer, tout au long du cycle, en fonction des nombres en jeu, des connaissances et des progrès de l'élève.

Dans ce chapitre, nous avons choisi d'ignorer la propriété des produits en croix. La mécanique intrinsèque à cette propriété est souvent assez simple à faire pratiquer. Cette procédure s'adresse aux élèves de 4e et de 3e, dans le cadre de la préparation au CFG ; son étude doit être introduite avec l'égalité de deux fractions. En fonction des problèmes rencontrés, l'emploi de ce nouvel outil, parfois efficace (lorsque les nombres en jeu ne permettent pas d'utiliser facilement les procédures basées sur la linéarité), parfois maladroit, doit être critiqué lors des mises en commun.

Des situations numériques simples relevant de la proportionnalité donnent aussi l'occasion de travailler le calcul mental afin de construire et renforcer certains automatismes.

grandeurs

Trace écrite ★

Une **grandeur** est un mot qui représente un nombre.

Exemples : âge ; taille ; masse (poids) ; température

☛ *Remarque :* Le mot couleur n'est pas une grandeur.

grandeurs proportionnelles

Trace écrite ★

Pour faire une omelette, si on a 2 fois plus de personnes, on doit utiliser 2 fois plus d'œufs. On dit que le nombre d'œufs est proportionnel au nombre de personnes.

☛ *Remarque :* Aujourd'hui, Ayman a 10 ans et Ayman mesure 1,40 m.
La taille augmente avec l'âge, mais lorsque Ayman aura 20 ans (2 fois son âge), Ayman ne va pas mesurer 2,80 m (2 fois sa taille).
Donc la taille n'est pas proportionnelle à l'âge.

Trace écrite ★ ★

Définition :
On dit que 2 **grandeurs** sont **proportionnelles** si ces 2 grandeurs évoluent de la même manière en multipliant ou en divisant.

Exemple :
Pour faire une omelette, si on double le nombre de personnes, on doit doubler le nombre d'œufs.
Donc le nombre d'œufs est proportionnel au nombre de personnes.

☛ *Remarque :* Aujourd'hui, Ayman a 10 ans et Ayman mesure 1,40 m.
La taille augmente avec l'âge, mais lorsque Ayman aura 20 ans (2 fois son âge), Ayman ne va pas mesurer 2,80 m (2 fois sa taille).
Donc la taille n'est pas proportionnelle à l'âge.

passage à l'unité

Trace écrite ★

3 objets identiques coûtent 12 € en tout. Calcule le prix de 7 objets.

+ + = 12	**= 4**	**+ + + + + + = 28**
3 objets coûtent 12 €.	1 objet coûte 4 €.	7 objets coûtent 28 €.

Trace écrite ★ ★

3 objets identiques coûtent 12 € en tout. Calcule le prix de 7 objets.

3 × = 12	**= 4**	**7 × = 28**
3 objets coûtent 12 €.	1 objet coûte 4 €.	7 objets coûtent 28 €.

Trace écrite ★ ★ ★

3 objets identiques coûtent 12 € en tout. Calcule le prix de 7 objets.

3 × = 12	**= 12 ÷ 3 = 4**	**7 × = 28**
3 objets coûtent 12 €.	1 objet coûte 4 €.	7 objets coûtent 28 €.

coefficient de proportionnalité

Trace écrite ★★

Propriété (vérité) :
Lorsque 2 grandeurs proportionnelles évoluent,
le rapport de force entre ces 2 grandeurs ne change pas ;
ce rapport de force est appelé **coefficient de proportionnalité**.

Exemple :

× 3

Quantité de peinture noire (en litre)	1	2	8
Quantité de peinture blanche (en litre)	3	6	24

La quantité de peinture noire et la quantité de peinture blanche évoluent de la même manière en multipliant.
Donc, la quantité de peinture noire est proportionnelle à la quantité de peinture blanche.
Le coefficient de proportionnalité est 3.

pourcentages

Trace écrite ★

30 pour 100

Une mousse contient 30 % de chocolat.

Cette phrase signifie que dans 100 grammes de mousse, il y a 30 grammes de chocolat.

☛ *Remarque :* La quantité de chocolat est proportionnelle à la quantité de mousse.

Définition :
Calculer 30 % d'une quantité signifie
partager cette quantité en 100 parts égales puis prendre 30 parts.

quantité	quantité partagée en 100 parts égales	1 centième de la quantité (1 % de la quantité)	30 centièmes de la quantité (30 % de la quantité)
Exemple : Calcule 30 % de 400 g.		400 g ÷ 100 = 4 g	30 × 4 g = 120 g

30 % de 400 g font 120 g.

Cas particuliers

- Calculer 50 % d'une quantité revient à calculer la moitié de cette quantité.
- Calculer 25 % d'une quantité revient à calculer le quart de cette quantité.

ORGANISATION ET GESTION DE DONNÉES

Ce chapitre approche deux notions :
– récolte, organisation, représentation et traitement de données (6^{e} ou 5^{e})
– étendue, médiane et moyenne (5^{e} ou 4^{e})

Le traitement de données est une notion autour de laquelle peuvent être organisés des apprentissages variés, en lien avec un usage dans la vie courante et dans les médias. La récolte, l'organisation, la représentation et le traitement de données s'inscrit dans la démarche d'investigation que les élèves rencontrent dans les disciplines scientifiques et technologiques. On peut choisir de proposer des activités/exercices tout au long de l'année, selon une progression individualisée et perlée.

Anticiper

Avant d'aborder ce chapitre, on peut revoir les stratégies autour du dénombrement. On peut rappeler le sens d'une proportion, vue comme le « rapport de force » invariable entre deux grandeurs. On réactivera aussi certaines connaissances autour des nombres entiers, par exemple la comparaison. L'addition, la soustraction, et la division, vue comme le partage équitable d'une quantité, doivent être connues. À cette occasion, on montrera à chaque élève comment utiliser sa calculatrice, les techniques opératoires ne constituant pas un objectif.

Adapter des objectifs de travail

Le premier objectif est d'apprendre aux élèves à lire ou à recueillir des données issues de leur environnement, puis à organiser ces données.
On peut utiliser des mesures obtenues par les élèves eux-mêmes, par exemple à partir de sondages menés au sein du groupe. Le professeur doit faire émerger une problématique autour du désordre apparent et la nécessité d'améliorer le confort de lecture : le but est de préparer l'étude des données. À cette occasion, on valorisera les échanges à l'oral. Les activités doivent révéler les outils à disposition en termes de représentations. On peut s'appuyer sur des documents authentiques (magazines, journaux, sites internet, vidéos etc.), par exemple en lien avec l'actualité (exercice 8 p. 68). La diversité des supports proposés, avec des grandeurs plus ou moins connues, est un élément de différenciation.

Développer des capacités à partir des points d'appui observés dans le travail des élèves

Puis, les élèves commentent et exploitent les données.Ils doivent adhérer aux exercices proposés. On peut aborder les apprentissages en donnant des questions où l'élève va apprendre à prélever, d'abord une seule information, puis plusieurs informations. En fonction des progrès de l'élève, on peut alors étudier des situations plus riches en croisant les données. Les élèves doivent pratiquer de période en période afin de gagner lentement en autonomie.

Développer des compétences mathématiques

Dans le cadre de la préparation au CFG, les élèves doivent apprendre à utiliser et produire des tableaux et des graphiques.
Le travail mené autour des lectures graphiques doit permettre aux élèves de progresser dans les disciplines scientifiques et technologiques. Un entraînement régulier et progressif renforce également certaines capacités dans le domaine de la proportionnalité et de la géométrie. En intégrant quelques QCM, on limite les difficultés en termes de calcul (exercice 7 p. 67). Dans le cadre d'un approfondissement, on pourra proposer l'étude d'histogrammes en lien avec la notion d'aire.

Enfin, les élèves découvrent quelques outils de calcul (étendue, médiane et moyenne d'une liste de données).

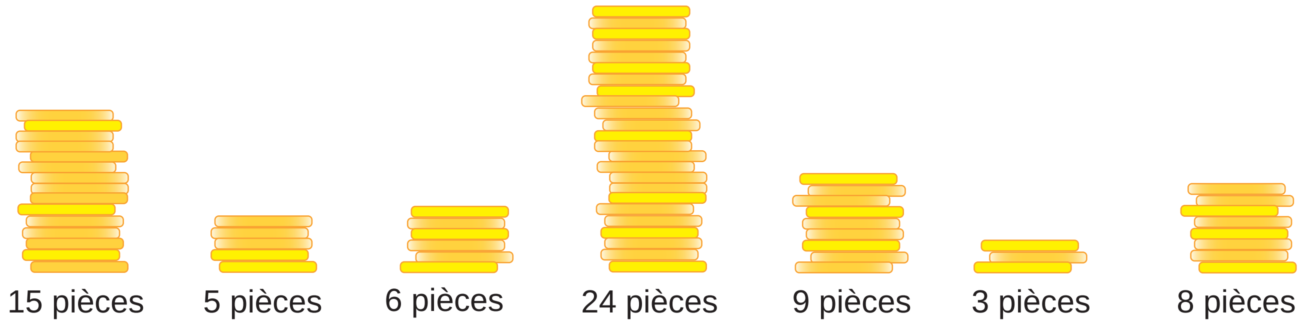
La compréhension de ces indicateurs nécessite des reformulations. Dans un premier temps, on peut partir d'illustrations et d'un lexique plus parlant, en utilisant les termes « valeur-écart » pour l'étendue, « valeur-milieu » pour la médiane et enfin « valeur-équitable » pour la moyenne. Il est intéressant d'interpréter et de comparer simultanément la médiane et la moyenne (exercice 11 p. 72). Dans les exercices, on peut prévoir des formats différents en adaptant certaines variables didactiques. Dans le cadre d'un approfondissement, on peut demander à un élève de trouver la médiane d'une liste de six, huit ou dix valeurs (*i. e.* un nombre pair de valeurs). On peut aussi introduire la notion de moyenne pondérée en axant les explications autour de la répétition des valeurs (exercice 13 p. 72).

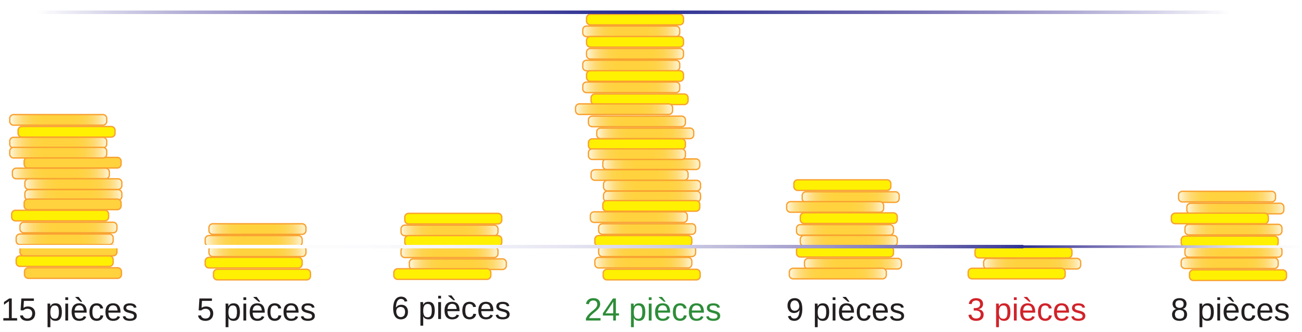
Les enfants découvrent très tôt l'univers des données. La diversité des supports proposés contribue à l'éducation aux médias et développe l'esprit critique.
Dans ce chapitre, nous avons choisi d'ignorer la notion de fréquence. On peut néanmoins proposer quelques exercices, individuellement, en fonction des connaissances autour des proportions ou autour des fractions.

étendue, médiane et moyenne

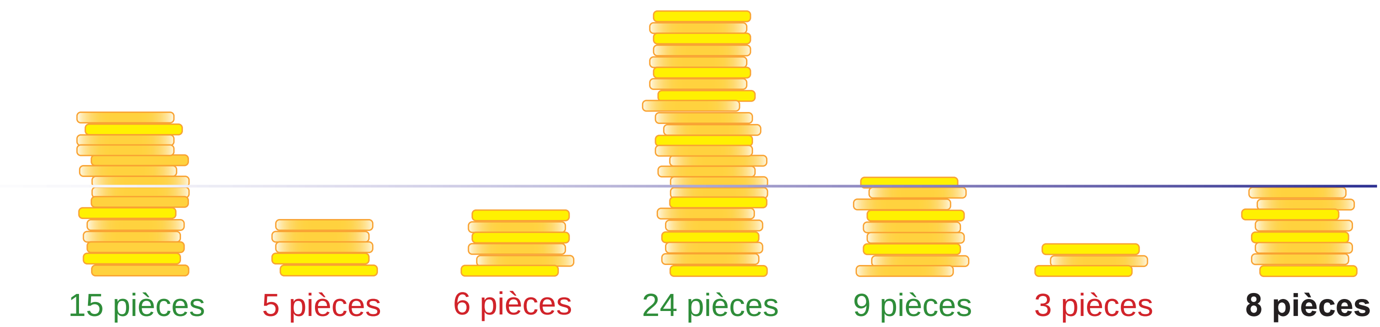
Trace écrite ★

Plusieurs pirates ont apporté des pièces d'or.

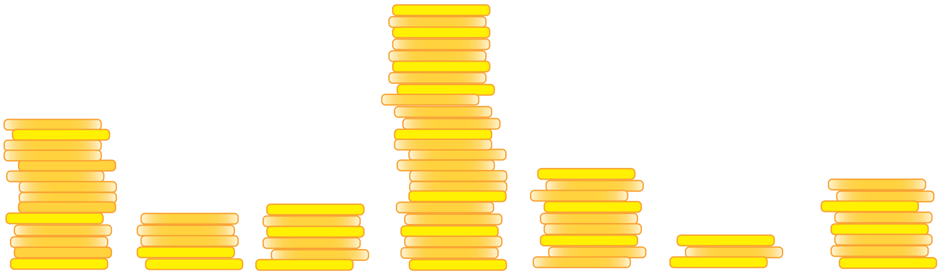




Entre la plus petite valeur et la plus grande valeur, il y a **21 pièces** d'écart.
Cette valeur-écart est appelée **étendue**.

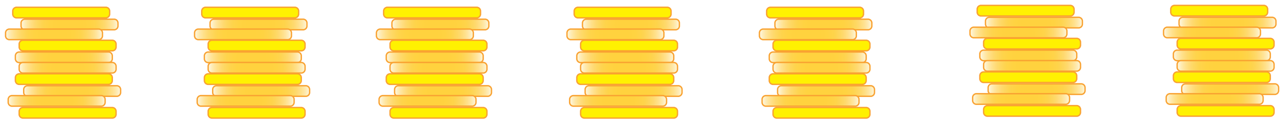


Il y a 3 valeurs plus petites que **8 pièces**.
Et il y a aussi 3 valeurs plus grandes que **8 pièces**.
Cette valeur-milieu est appelée **médiane**.



70 pièces

Au total, il y a 70 pièces.
Et au total, il y a 7 pirates.
Les pirates décident de partager équitablement la totalité du trésor.



Chaque pirate reçoit donc **10 pièces**.
Cette valeur-équitable est appelée **moyenne**.

Trace écrite ★★

Plusieurs pirates ont apporté des pièces d'or.

15 pièces 5 pièces 6 pièces 24 pièces 9 pièces 3 pièces 8 pièces

Définition :

La plus petite valeur est 3 pièces.
Et la plus grande valeur est 24 pièces.
La différence est égale à **21 pièces**.
Cette valeur-écart est appelée **étendue**.

Interprétation : Dans cet exemple, l'étendue est un nombre assez grand.
Cela signifie que les valeurs sont assez éloignées les unes des autres, dans l'ensemble.

Définition :

Il y a 3 valeurs plus petites que **8 pièces**.
Et il y a aussi 3 valeurs plus grandes que **8 pièces**.
Cette valeur-milieu est appelée **médiane**.

☛ *Remarque :* Pour trouver la médiane, on commence souvent
par classer les valeurs de la plus petite à la plus grande.

Définition :

Au total, il y a 70 pièces.
Et au total, il y a 7 pirates.
Les pirates décident de partager équitablement la totalité du trésor.
Chaque pirate reçoit donc **10 pièces**.
Cette valeur-équitable est appelée **moyenne**.